

# Modélisation tridimensionnelle d'une nébuleuse planétaire

Thierry Daviault<sup>1</sup>, Philippe Karan<sup>1</sup>, Sunny Roy<sup>1</sup>, Alice Roy-Labbé<sup>1</sup>, Martin Aubé<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de physique, Cégep de Sherbrooke, Sherbrooke, QC Canada, J1E4K1  
Email: martin.aube@cegepsherbrooke.qc.ca

**Résumé**— Le but du projet est de créer un modèle numérique permettant d'inférer la troisième dimension d'une nébuleuse planétaire à partir d'images de cet objet dans diverses raies spectrales. À partir des images des raies et de la théorie de la physique atomique, il est possible de calculer les ratios associés à NII et SII. Par la suite, avec ces ratios, nous effectuons une analyse statistique spatiale dans une boîte glissante et les statistiques trouvées sont adaptées à l'hypothèse que la nébuleuse est une coquille sphérique, la forme présumée de l'objet observé (M27). Ces données statistiques spatiales permettent d'effectuer un tir aléatoire pour générer des matrices de ratios en trois dimensions dans les limites de la coquille sphérique présumée. L'équation et le graphique d'Osterbrock nous permettent ensuite de transformer ces ratios en densité électronique en trois dimension de la nébuleuse M27. Nous reprenons cette analyse à plusieurs reprises, en faisant varier plusieurs paramètres : le rayon extérieur de l'objet, le rayon de la cavité de l'objet, la densité électronique autour de l'objet et dans la cavité et la taille de la fenêtre glissante (utilisée dans l'analyse statistique spatiale des ratios). Ceci nous permet d'obtenir une grande quantité de matrices différentes de densité électronique en 3D, que nous enverrons par la suite au modèle de photo-ionisation tridimensionnelle MOCASSIN. Une comparaison avec les images de ratios observées et celles que nous renverra MOCASSIN nous permettra de déterminer quelle configuration est la plus représentative de la nébuleuse planétaire observée.

The goal of our project is to create a numerical model to automatically infer the third dimension of planetary nebulae from images of the object in various spectral lines. Using these images and the theory of atomic physics we can calculate ratios that are associated to NII and SII. Then, we analyse those ratios to obtain matrix of their average and their standard deviation. The standard deviation that we get will be adapted to fit a spherical shell, the assumed shape of the observed objet (Nebula M27). The data we have will be used to create new matrices based on gaussian fonctions. After that, a random sampling process is effectuated in those matrix resulting in tridimensionnal matrix of the ratios. With the Osterbrock equation and graph, we transform the ratios in electronical density, which gives us the tridimensionnal density matrix that we were looking for. The next step is to vary some of the major parameters : the exterior radius of the object, the radius of the object's cavity, the electronical density arond the object and inside it's cavity, and the size of the slidding window (used for the statistical analysis of the ratio images). This will allow us to provide a lot of diffent matrix of the nebula to the tridimensional photoionisation model; MOCASSIN. A comparison between the original ratio images of the nebula and the ones that MOCASSIN provides will allow us to define which configuration of parameter set is the most representative of the M27 nebula.

**Index Terms**— Nébuleuse M27, ratios, fonction gaussienne, Osterbrock, matrices, densité électronique, MOCASSIN

---

----- ◆ -----

## 1 Introduction

Lorsqu'on étudie l'univers, l'échelle de dimensions explose. On ne parle pas en kilomètres, mais bien en années-lumière et en parsec. Le temps, tout comme les distances, prennent des proportions démesurées. Puisque les changements sont si lents selon notre perception, il est très difficile d'observer le comportement des astres et il faut donc souvent utiliser la modélisation numérique si on souhaite étudier leurs mouvements et leur structure. Un autre problème quant à l'observation des corps lointains réside dans le fait que, vu leur distance, il est seulement possible de les observer sous un angle en leur projection à deux dimensions. Leur forme 3D reste un mystère.

Dans le cadre de ce projet, nous tenterons d'élaborer une méthodologie qui, à partir d'images prises depuis la terre, pourra créer une représentation statistiquement et physiquement valide de la troisième dimension d'une nébuleuse planétaire.

Il existe plusieurs types de nébuleuses, principalement divisée en deux types; les nébuleuses planétaires et les nébuleuses diffuses. Ces deux types diffèrent par le nombre d'étoiles qui ionisent le gaz ainsi que par leur dynamique. Une nébuleuse diffuse comporte plusieurs étoiles, donc plusieurs sources d'ionisation. Cela leur donne un aspect moins ordonné, d'où leur nom. À l'inverse, une nébuleuse planétaire, telle que la nébuleuse de l'haltère M27, ne possède qu'une étoile, ce qui donne au nuage HII un aspect plus homogène, plus rond. Leur nom vient de leur forme souvent sphérique qui rappelle celle d'une planète.

La première cible de notre projet est la nébuleuse planétaire M27, qui est aussi la première nébuleuse planétaire observée dans l'histoire de l'astronomie. Celle-ci se trouve dans la constellation du petit renard, dans l'hémisphère nord, à environ 264 parsecs de notre planète. L'étoile centrale est une naine blanche de couleur bleue (très chaude) qui atteint une température de surface de 85 000 Kelvins. Les images spectrales utilisées ont été acquises à l'observatoire du Mont-Mégantic par Dominic Lagrois avec le spectromètre imageur SpiOMM [1].

### Projets similaires

Il existe présentement dans la littérature scientifique un programme de recherche ayant un but similaire au nôtre : il s'agit du projet Shape (Steffen, et al,)[4]. Ce modèle permet à un utilisateur expert de modéliser interactivement une nébuleuse. Le programme modélise tout d'abord une forme de base, puis demande à l'utilisateur de modifier les paramètres de modélisation jusqu'à l'obtention d'une représentation fidèle à la réalité. Il est idéal pour les objets ayant une forme facilement reconnaissable par l'utilisateur, comme une nébuleuse planétaire qui présente souvent des formes se rapprochant de coquilles sphéroïdes. Contrairement à Shape, nous souhaitons que notre programme ne nécessite pas la présence d'un utilisateur expert, mais s'optimise plutôt par lui-même en vérifiant si la modélisation est assez près de la réalité sur la base de ses statistiques spatiales, et de contraintes imposées par un modèle de photoionisation. Nous supposons dans un premier temps que la nébuleuse se comporte de manière similaire sur le plan statistique pour une distance donnée de l'étoile.

### Cadre Théorique

Une nébuleuse est un objet céleste observable diffus. La majeure partie d'une nébuleuse est composée de gaz, d'ions et de poussières interstellaires. La formation de ces objets célestes est initiée lorsqu'une combinaison significative de phénomènes (turbulence compressible, instabilités hydrodynamiques et champs magnétiques) entraîne une compression de matière jusqu'à l'effondrement gravitationnel des régions les plus denses du nuage moléculaire. La masse de ces régions croît jusqu'à ce qu'elle excède la

masse critique de stabilité, appelée masse de Jeans. Passé cette valeur, la région s'effondre sur elle-même. À ce stade, la fusion nucléaire sera initiée et une étoile massive sera formée. Dans le cas des étoiles massives, le flux de photons est suffisamment énergétique pour que les molécules  $H_2$  avoisinantes soient d'abord photodissociées (Région HI) et ensuite photoionisées (Région HII). On assiste alors à la formation d'une région HII, un gaz d'hydrogène ionisé. Une région HII est typiquement constituée à 90% d'hydrogène. Le reste est constitué principalement d'hélium, mais il y a aussi d'autres éléments plus lourds (comme du sodium, de l'oxygène, etc.). La plus grande longueur d'onde visible de l'hydrogène ionisé est de 656.3 nm, soit la raie d'émission H alpha provenant de la transition électronique  $n=3$  à  $n=2$ , ce qui explique la couleur rouge de ces régions. On assiste également à la formation d'un front d'ionisation qui s'étend à très grande vitesse dans la région (supérieure à la vitesse du son). La pression à l'intérieur de la région HII est environ 200 fois supérieure à celle du milieu l'entourant, c'est par cette différence de pression que la nébuleuse croît et entre en expansion. Lorsque le front d'ionisation atteint une certaine distance par rapport à l'astre, les photons ayant l'énergie nécessaire pour photoioniser l'hydrogène deviennent significativement moins abondants, car la distance amène une dilution géométrique et une dégradation des photons. Cette dégradation est due aux interactions atomiques qui n'entraînent pas la libération de photons comportant une énergie nécessaire à la recombinaison. Comme la photoionisation ne s'effectue plus, l'hydrogène devient neutre (région HI). La nébuleuse est observable par ses gaz HII, nous allons donc nous intéresser qu'à cette région.

Les poussières proviennent des étoiles lorsqu'elles sont vers la fin de leur vie. Ces poussières expliquent les nuages sombres observables dans une nébuleuse. Vers la fin de la vie d'une étoile, lorsqu'elle a brûlé tout son hélium, son noyau se contracte et son atmosphère est expulsé vers l'extérieure, créant un énorme nuage de gaz autour du noyau. Le noyau est appelé naine blanche et le gaz ionisé forme la nébuleuse planétaire.

La densité est le rapport entre la masse et le volume d'un corps. Dans une nébuleuse, la densité varie partout puisque le gaz n'est pas réparti de façon uniforme. Le fait que le milieu dans lequel la nébuleuse croît soit intrinsèquement inhomogène combiné à plusieurs phénomènes hydrodynamiques explique l'origine des sous-densités et des sur-densités observées un peu partout dans la nébuleuse. Les gaz et ces poussières s'assemblent et se regroupent au fil du temps.

L'équation ci-dessous est un exemple d'équation utilisée pour déterminer la densité à partir des intensités de raies d'émission du gaz NII. Cette équation contient également comme inconnue la température. Il faut dire qu'il existe d'autres équations du genre reliant d'autres ratios d'intensités de longueurs d'onde à la densité et à la température. Ici,  $N_e$  est la densité d'électrons et  $T$ , la température électronique. Cette équation est tirée de Osterbrock 1989 [2]. Comme cette équation possède deux inconnues, il est nécessaire d'avoir une autre équation similaire pour résoudre le système et trouver la température et la densité.

$$\frac{j_{\lambda 6548} + j_{\lambda 6583}}{j_{\lambda 5755}} = \frac{6.91 * e^{\frac{2.50 * 10^4}{T}}}{1 + 2.5 * 10^{-3} \left( \frac{N_e}{\sqrt{T}} \right)} \quad (1)$$

Où  $j$  est l'intensité d'une certaine longueur d'onde ( $\lambda$ ), la température électronique ( $T_e$ ) et la densité électronique ( $N_e$ ).

Plutôt qu'une deuxième équation, nous disposons d'un graphique reliant l'intensité du ratio  $SII_{j\lambda 6716}/j_{\lambda 6731}$  à  $N_e$ . Ce graphique est réalisé selon une température de 10 000K, mais il suffit de changer l'échelle de  $N_e$  en la multipliant par  $(10^4/T)^{0.5}$  pour obtenir la courbe à la température voulue. Ce graphique provient d'Osterbrock (1989) et est présenté ci-dessous à la figure 1 :

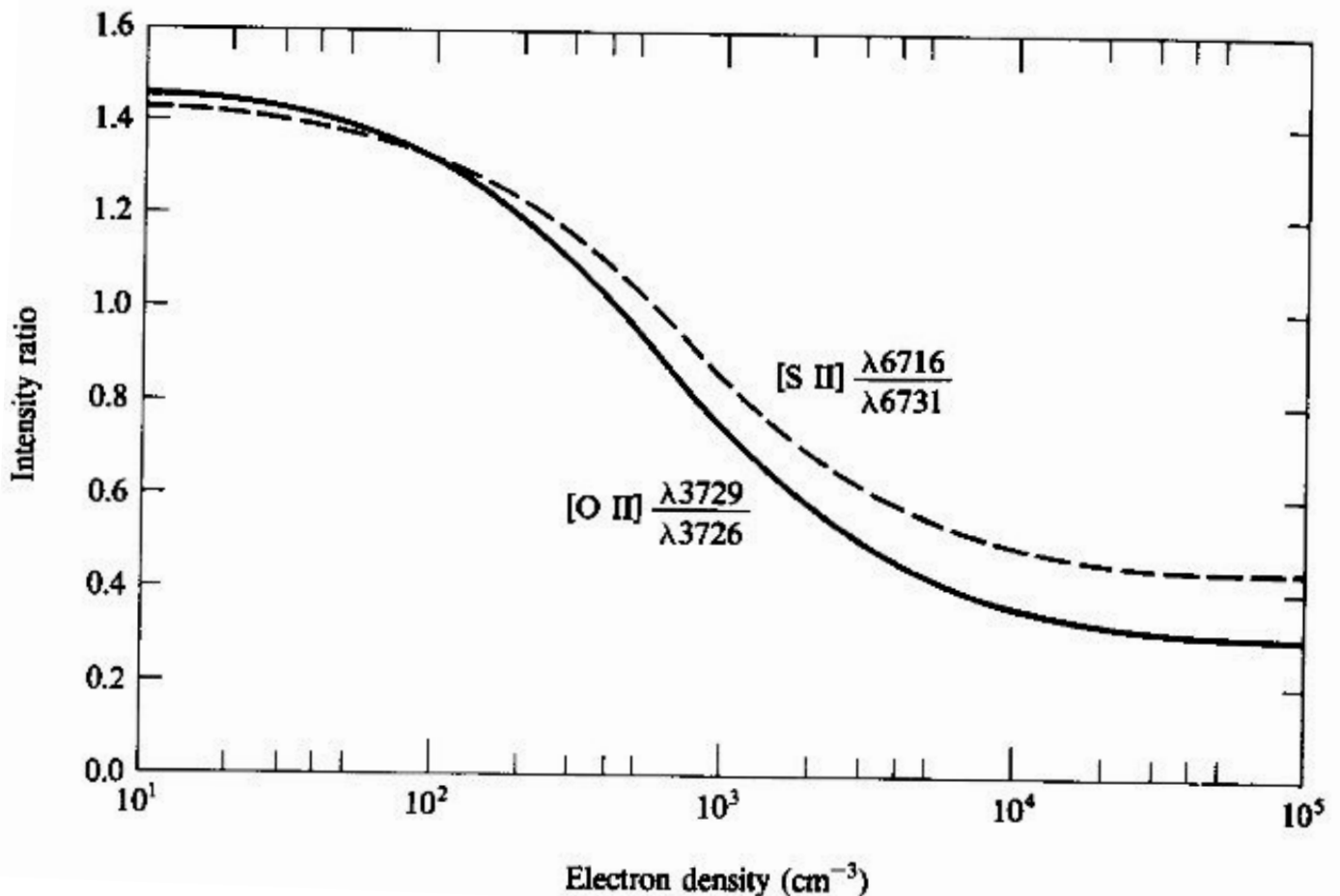


Figure 1 : Relation entre le ratio SII et la densité électronique pour une température de 10000K. La courbe pour une autre température peut être obtenue en considérant que multipliant l'échelle horizontale par  $(10^4/T)^{0.5}$ . Tiré de d'Osterbrock (1989) [2].

La pression dans une région HII est supérieure à celle dans un gaz d'hydrogène non ionisé, car il y a deux fois plus de particules, donc de collisions. La zone prend donc de l'expansion au fil du temps et sa densité diminue, ainsi que sa température. En général, la température dans une région HII varie de  $\sim 7\,000$  à  $\sim 12\,000$  K et leur densité est d'environ quelques dizaines à quelques milliers d'atomes par centimètre cube. Il y a des parties plus « chaudes » plus on est proche des étoiles. En effet, on y constate une plus grande abondance en photons émis par l'étoile. Cela entraîne des zones où la vitesse moyenne des électrons est plus élevée, ce qui se traduit par une température électronique plus haute. Les atomes d'hydrogène ionisés émettent beaucoup d'énergie lors des recombinaisons au niveau fondamental, ce qui contribue, en plus des étoiles, à la température de telles zones.

Les régions HI sont constituées d'hydrogène neutre, ainsi que d'un peu d'hélium et d'autres éléments plus lourds en faible proportion. Ces zones sont beaucoup plus froides. Elles sont détectables puisqu'elles émettent en permanence des ondes radio de 1420 MHz qui correspond à la transition de spin de l'électron. Elles peuvent avoir des températures de l'ordre de 10 K, mais se situent habituellement aux alentours de

50 à 100 K. Leur densité est d'environ 10 à 50 atomes par centimètre cube. La pression dans de telles zones est donc faible.

## 2 Contexte Méthodologique

### a. Obtention des images de la nébuleuse à ses différentes longueurs d'ondes

La première étape consiste à obtenir des images d'une nébuleuse à ses différentes longueurs d'ondes. Ces images sont collectées à l'aide des spectromètres imageurs à transformée de Fourier SITELLE et SpIOMM par nos collègues du Cégep de Beauce-Appalaches et les partenaires du département de physique de l'Université Laval. Ces spectromètres permettent d'obtenir le flux en fonction de chaque longueur d'onde pour chaque pixel de l'image. SITELLE est situé au CFHT (Canada-France-Hawaii Telescope) et SpIOMM est situé au Mont-Mégantic au Québec. Ces deux spectromètres, conçus et fabriqués à l'Université Laval (L. Drissen *et al.* 2012 [3]) en collaboration avec ABB-Bomem, sont utilisés car SpIOMM n'est pas aussi sensible que SITELLE dans la région bleue du spectre électromagnétique. Nous recevons les images de différentes longueurs d'onde, soit 6716 et 6731 pour l'azote ionisé, et 5755 et 6584 pour le soufre ionisé.

### b. Transformation des intensités des raies en ratio de raies

On possède les images des longueurs d'onde  $\lambda$  5755 (NII),  $\lambda$  6584 (NII),  $\lambda$  6716 (SII),  $\lambda$  6731 (SII) et  $\lambda$  6563 (hydrogène  $\alpha$ ) (Lagrois (2013)). Cependant, pour que nos images d'intensité de raies nous donnent des résultats valables, il faut tout d'abord retirer les parties de l'image où le signal sur bruit est trop faible (seuil fixé à 3). Nous pouvons déterminer ces régions de nos images (signal), grâce à l'image du rapport signal sur bruit que nous possédons également pour chacune des raies. Par la suite, le rapport de la raie 6716 (SII) par rapport à la raie 6731 (SII) est calculé pour chacun des pixels de l'image. Ces données sont ensuite stockées dans une matrice puis retransformées en image. Les mêmes étapes sont effectuées pour le rapport entre la raie 6584 (NII) et la raie 5755 (NII). L'équation 1 relie le ratio  $(j\lambda_{6584} + j\lambda_{6583})/j\lambda_{5755}$  à Te et Ne et sera utilisé plus tard. Il faut cependant mentionner que, en raison de très faible signal de la raie 6548 nous n'utilisons pas cette raie pour calculer le rapport NII (la raie de  $\lambda_{6583}$  équivaut à 3 fois l'intensité de celle de  $\lambda_{6548}$ ). Alors, pour diminuer nos incertitudes, nous multiplions la raie  $\lambda_{6583}$  par 4/3, ce qui nous donne un ratio  $(4/3) j\lambda_{6583}/j\lambda_{5755}$ , qui équivaut à l'autre ratio, mais qui comporte moins d'incertitudes.

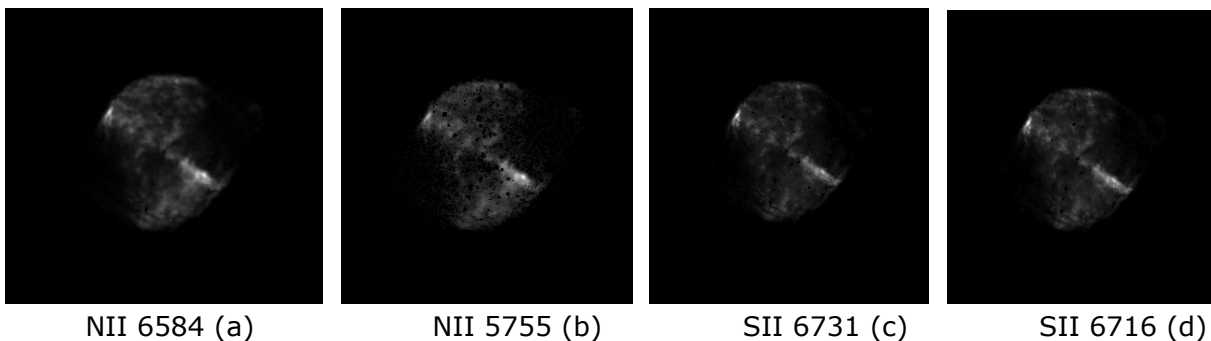
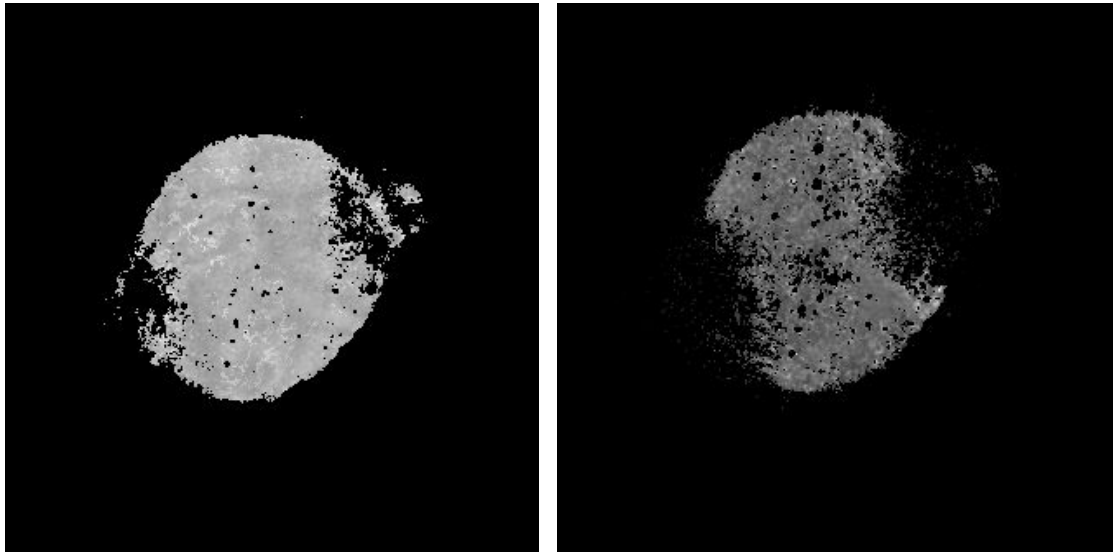


Figure 2 : Image de la nébuleuse à  $\lambda_{6584}$  (a),  $\lambda_{5755}$  (b),  $\lambda_{6731}$  (c) et  $\lambda_{6716}$  (d)



(a)

(b)

Figure 3 : Image de  $j\lambda 6716/j\lambda 6731$  (SII ratio) (a) et image de  $((4/3*j\lambda 6583)/j\lambda 5755)$  (NII ratio) (b).

### c. Analyse des ratios pour chaque pixels

À partir des images de ratio SII et NII, nous exécutons une analyse pour obtenir des matrices de moyenne et d'écart-type. Il faut donc commencer par utiliser une fenêtre carrée glissante de dimension variable pour scanner l'image. Chaque pixel se voit attribuer une mini banque de donnée ( $square(i,j,k)$ ) comportant tous les ratios contenus dans une fenêtre carrée autour du pixel. La taille de la fenêtre est une variable d'entrée au début du programme. Par la suite, nous créons une matrice ( $moy(i,j)$ ) et pour chaque coordonnée  $(i,j)$ , nous y attribuons la valeur de la moyenne des données  $(k)$  présentes dans le carré de cette même coordonnée dans  $square(i,j,k)$ . Nous calculons de la même manière un écart-type pour chaque coordonnée.

### d. Adaptation de l'écart-type pour une coquille sphérique

Il y a quatre paramètres variables pour construire la coquille sphérique: le rayon extérieur de l'objet, le rayon de la cavité et la densité à l'extérieur de l'objet et à l'intérieur de la cavité. Avec ces paramètres, on obtient une coquille sphérique dont la cavité et l'extérieur sont remplis d'une certaine densité. Il faut adapter l'écart-type à une coquille sphérique pour obtenir, par la suite, une fonction gaussienne représentative. Pour ce faire, il faut multiplier l'écart-type de chaque point par la racine du nombre de données sur la ligne de visée du point choisi. Il faut comprendre que le nombre de données est influencé par l'absence de donnée dans la cavité et à l'extérieur de la nébuleuse, puisque nous ne prenons pas en compte la densité uniformément ajoutée dans ces régions. Le nombre de données de chaque pixel est donné par la distance requise pour traverser la nébuleuse à cet endroit (en fonction des quatre paramètres énoncés plus haut) divisée par la taille du pixel.

### e. Création d'une matrice 3D de ratios

Pour chaque rayon, à l'aide de la moyenne et de l'écart-type calculés, notre programme modélise une fonction gaussienne (distribution normale), afin de pouvoir faire un tir aléatoire parmi nos données de ratios. Le programme sépare le domaine de chaque fonction gaussienne en minuscules intervalles qui dépendent de la taille du domaine étudié, en leurs attribuant chacun la valeur qui correspond au centre de l'intervalle (sur l'axe des abscisses). Pour chaque intervalle, la valeur des ordonnées correspond au nombre de valeurs de ratios comprises dans l'intervalle. Ensuite, dans un vecteur ligne, on enregistre la

valeur du milieu de l'intervalle en abscisse un nombre de fois équivalent à la valeur en ordonnée de la fonction. L'opération est répétée avec tous les intervalles de la gaussienne, puis avec toutes les gaussiennes. On obtient donc un vecteur ligne pour chaque gaussienne (chaque pixel). C'est dans ces vecteurs que le programme effectuera le tir aléatoire. Le tir aléatoire est fait par une commande qui tire un nombre aléatoire entre 0 et 1. Ensuite, en multipliant le nombre aléatoire par le nombre d'élément dans le vecteur, nous pouvons obtenir notre élément aléatoire dans le vecteur ligne. Ces tirs aléatoires permettent de remplir la matrice tridimensionnelle qui modélisera la nébuleuse avec des ratios en 3D. Nous effectuons le tir un voxel à la fois jusqu'au remplissage complet de la matrice 3D. La taille maximale de la matrice cubique est de 450 voxels de largeur, de profondeur et de hauteur. Toutefois la taille finale est considérablement réduite car la dimension de l'objet est divisé par la taille de la fenêtre glissante.

#### **f. Transformation des ratios de chaque voxel en densité**

Une fois que nous avons les matrices 3D de ratios de SII et de NII, nous pouvons créer la matrice 3D de Ne. Nous pouvons créer cette matrice grâce à l'équation et le graphique introduits à la section "cadre théorique" reliant la température, Ne et les ratios NII et SII. Nous résolvons ce système numériquement de manière itérative pour chaque voxel ayant un rapport signal sur bruit supérieur à 3.

La technique de transformation de la matrice 3D de ratio à la matrice 3D de Ne repose sur une analyse d'un point de la matrice à la fois. Le programme nous permet donc de convertir les longueurs d'onde en Te et Ne pour un point, et peut calculer par la suite ces valeurs pour tous les autres points. Nous allons utiliser la courbe du ratio SII (fig. 2) en complément de l'équation 1 pour résoudre le système. Tout d'abord, nous calculons la densité avec une valeur de température arbitraire initiale de 10000K avec l'équation 1 et ensuite la température avec cette densité avec la figure 2, et ainsi de suite. Les valeurs finissent par converger (en moins de 10 itérations) et c'est ainsi que nous obtenons la température et la densité pour chaque point. Nous obtenons finalement une matrice 3D de densité représentant la nébuleuse.

#### **g. Variation des paramètres du modèle 3D**

Une fois la matrice de densité obtenue, nous faisons varier les différents paramètres d'entrée pour créer une multitude de scénarios de matrice 3D. Le programme s'exécute donc plusieurs fois en faisant toutes les combinaisons possibles de rayon extérieur de l'objet, rayon de la cavité de l'objet, de la densité autour de l'objet et dans la cavité, et de la taille de la fenêtre glissante. Suite à cette étape, nous possédons une grande banque de matrices 3D utiles à l'étape suivante.

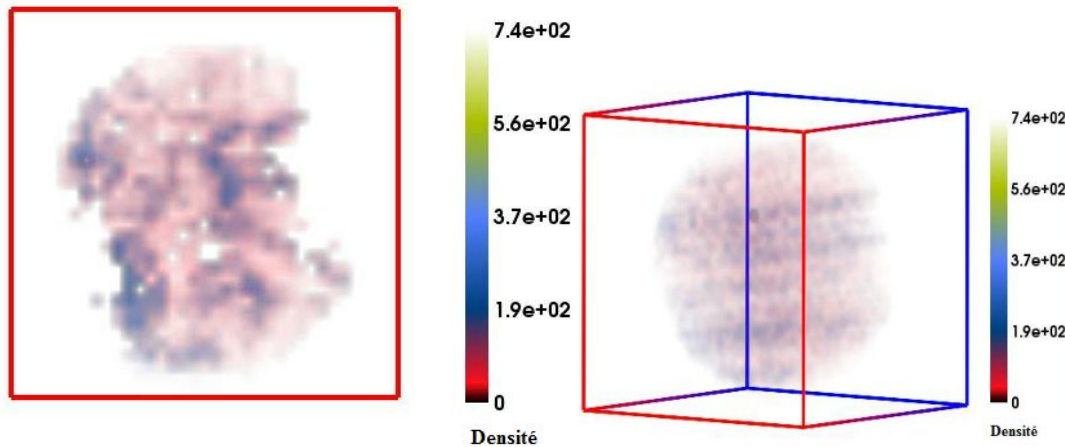
#### **h. Comparaison des différents scénarios avec Mocassin**

Nous envoyons toutes ces matrices de densité vers MOCASSIN. Ce modèle de photo-ionisation reçoit notre cube de densité (avec la position de l'étoile centrale et sa température de surface) et lance une simulation de photo-ionisation. Lorsque l'équilibre photo-ionique est atteint, le programme modélise les intensités de raie de SII et NII pour chaque voxel. Mocassin renvoie donc une matrice 3D du flux de chaque raie SII et NII. Il faut donc faire la somme des données sur chaque ligne de visée pour obtenir une image 2D de SII et NII. Comme précédemment, il faut créer les images 2D de ratio SII et NII, avec la même méthode.

Au cours de l'analyse, le programme modifie la résolution de la matrice de moyenne pour chaque ratio de sorte qu'il sera possible de la comparer avec les images obtenues précédemment. Nous trouverons ainsi quelle configuration se rapproche le plus des résultats et cette configuration sera retenue comme celle de la nébuleuse réellement.

### 3 Résultats et discussion

#### Vue de face et de côté lorsque la cavité est nulle (a)



#### Vue de face et de côté lorsque le rayon de la cavité est de 80% du rayon extérieur (b)

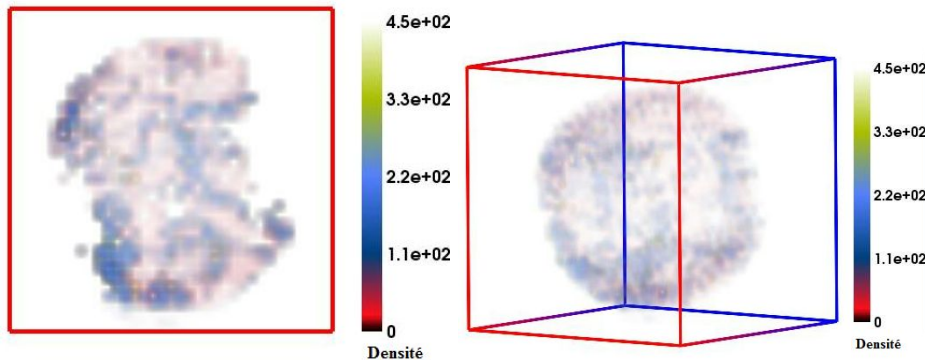


Figure 4 : Image de M27 avec cavité nulle (a) et image de M27 avec cavité à 80% du rayon extérieur. Ces images sont obtenues à l'aide du programme IFRIT 3D Data Visualisation.

Voici deux exemples de cubes de densité que nous avons obtenus observé de deux angles différents de face et de biais.. Les cubes du haut représentent la nébuleuse M27 sans cavité à l'intérieur alors que ceux du bas représentent la même nébuleuse sous forme de coquille (la cavité fait 80% du rayon de la nébuleuses), ce qui nous paraît beaucoup plus plausible prenant compte de la théorie sur l'expansion des gazes des nébuleuses. Autrement dit, la nébuleuse est en fait l'atmosphère gazeux (formant une coquille autour du noyau) qui est expulsée lors de la mort de l'étoile. Nous avons aussi des échelles de couleurs afin de montrer les endroits où Ne est plus élevée. Il nous reste à envoyer les différents cubes de Ne dans Mocassin afin que celui-ci modélise les ratios de raies que nous aurions obtenus si notre modélisation avait été la vraie nébuleuse.

### 4 Conclusion

En 2014-2015, le projet a pris un tournant important par rapport à l'année précédente. Nous avons en effet modifié pratiquement l'intégralité de la méthodologie. Nous avons beaucoup progressé et avons notamment réussi à obtenir les premières images tridimensionnelles de densité de notre nébuleuse. Pour



ce faire, nous avons laissé tomber l'analyse statistique des paramètres de Fourier pour la remplacer par une analyse des statistiques spatiales locales basée sur les moyennes, les écart types et les fonctions gaussiennes des ratios. De plus, la méthodologie est maintenant adaptée à une coquille sphérique, la forme présumée de M27 et d'une certaine proportion des nébuleuses planétaires.

L'année 2015-2016 permettra de modifier les programmes pour pouvoir analyser les nébuleuses bipolaires en simulant deux coquilles ellipsoïdes et ainsi pouvoir modéliser toutes sortes de nébuleuses. Nous voulons aussi programmer une variation des paramètres d'entrée pour envoyer une grande quantité de scénarios vers MOCASSIN, pour ensuite comparer les résultats et les images observées et ainsi découvrir la forme la plus plausible de la nébuleuse étudiée. La méthodologie sera appliquée à des objets sphériques comme M27 ainsi qu'à des objets bipolaires.

## 5 Remerciements

Nous voulons remercier les étudiants qui ont travaillé sur le projet en 2012-2013-2014: É. Bouffard, R. Brochu, J. Brüstle, A. Carbonneau, G. Hivert, C. Masson, M. Roy-Labbé, C. Arcand, J. Dore, J. Rivard et A. Torres. Leur travail nous a beaucoup aidé et nous a permis de progresser. Nous voulons aussi remercier Martin Aubé, notre superviseur, qui nous a supporté tout le long du projet.

## Références

- [1] D. Lagrois, communication personnelle (2012).
- [2] D. Osterbrock, Ed, *Astrophysics Of Gaseous Nebulae And Active Galactic Nuclei*, (University Science Books, Mill Valley, CA, 1989).
- [3] L. Drissen, A. Alarie, T. Martin, D. Lagrois, L. Rousseau-Nepton, A. Bilodeau, C. Robert, G. Joncas, J. Iglesias-Páramo, (2012), [website], consulted December 18<sup>th</sup>, 2014, New scientific results with SpIOMM: a testbed for CFHT's imaging Fourier transform spectrometer SITELLE, Proc SPIE 09/2012.
- [4] Wolfgang Steffen, Nicholas Koning, Stephan Wenger, Christophe Morisset, Marcus Magnor, Shape: A 3D Modeling Tool for Astrophysics, (2007).